

Họ, tên thí sinh:..... Lớp:

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ \vec{a} và \vec{b} khác $\vec{0}$. Kết luận nào sau đây **sai**?

A. $[\vec{a}; 3\vec{b}] = 3[\vec{a}; \vec{b}]$

B. $[2\vec{a}; \vec{b}] = 2[\vec{a}; \vec{b}]$

C. $[3\vec{a}; 3\vec{b}] = 3[\vec{a}; \vec{b}]$

D. $||[\vec{a}; \vec{b}]|| = ||\vec{a}|| ||\vec{b}|| \sin(\vec{a}; \vec{b})$

Câu 2: Số phức liên hợp của số phức $z = 2i - 1$ là

A. $2 - i$.

B. $1 + 2i$.

C. $-1 - 2i$.

D. $-1 + 2i$.

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm M trên trục Oz . Điểm đối xứng với M qua điểm H có tọa độ:

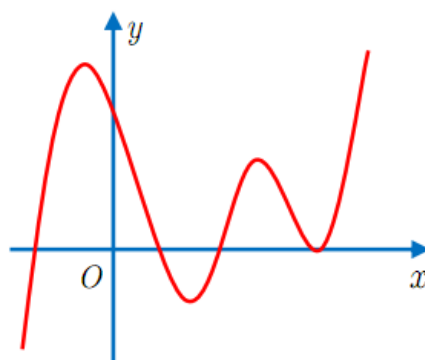
A. $(0; 0; 3)$

B. $(1; 2; -3)$

C. $(-1; -2; -3)$

D. $(-1; -2; 3)$

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị của đạo hàm $y = f'(x)$ như hình bên dưới. Tìm số điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = f(x)$.



A. 1

B. 3

C. 2

D. 4

Câu 5: Cho biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Tìm $I = \int [3f(x) + x] dx$.

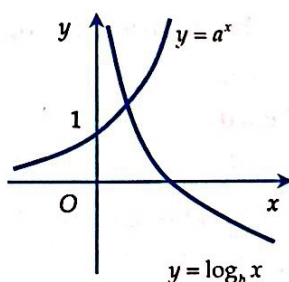
A. $I = 3xF(x) + \frac{x^2}{2} + C$.

B. $I = \frac{1}{3}F(3x) + \frac{x^2}{2} + C$.

C. $I = \frac{1}{3}F(x) + \frac{x^2}{2} + C$.

D. $I = 3F(x) + \frac{x^2}{2} + C$.

Câu 6: Cho $a > 0, b > 0, a \neq 1, b \neq 1$. Đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = \log_b x$ được xác định như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. $a > 1; b > 1$.

B. $a > 1; 0 < b < 1$.

C. $0 < a < 1; b > 1$.

D. $0 < a < 1; 0 < b < 1$.

Câu 7: Cho các số thực a, b sao cho $a < b < 0$. Mệnh đề nào sau đây **sai**

A. $\log \sqrt{\frac{a}{b}} = \log \sqrt{a} - \log \sqrt{b}$

B. $\log(a-b)^2 = 2\log(b-a)$

C. $\log(a^2b^2) = 2(\log|a| + \log|b|)$

D. $\log(a^3b)^2 = 4\log|a| + 2\log(ab)$

Câu 8: Cho hàm số $y = x^5 - 3x^4 + x + 1$ với $x \in \mathbb{R}$. Khi đó $y'' = ?$

A. $y'' = 5x^3 - 12x^2 + 1$. B. $y'' = 5x^4 - 12x^3$. C. $y'' = 20x^2 - 36x^3$. D. $y'' = 20x^3 - 36x^2$.

Câu 9: Cho $\int_a^c f(x)dx = 50, \int_b^c f(x)dx = 20$. Tính $\int_b^a f(x)dx$.

A. -30

B. 0

C. 70

D. 30

Câu 10: Mỗi cạnh của hình đa diện là cạnh chung của bao nhiêu mặt.

A. Ba mặt.

B. Hai mặt.

C. Ít hơn hai mặt.

D. Ít nhất ba mặt.

Câu 11: Đường thẳng nối điểm cực đại với điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - x + m$ đi qua điểm $A(6;1)$ khi m bằng:

A. -4

B. Một giá trị khác

C. 5

D. 4

Câu 12: Gọi α là nghiệm trong khoảng $(\pi; 2\pi)$ của phương trình $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$, nếu biểu diễn $\alpha = \frac{a\pi}{b}$ với

a, b là hai số nguyên và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản thì ab bằng bao nhiêu?

A. $a.b = 42$.

B. $a.b = 6$.

C. $a.b = 66$.

D. $a.b = 30$.

Câu 13: Một người gửi tiết kiệm với lãi suất 8,4% một năm và lãi hằng năm được nhập vào vốn. Hỏi sau bao nhiêu năm người đó thu được gấp ba lần số tiền ban đầu

A. 13

B. 14

C. 12

D. 9

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; -2; 0), B(1; 0; -1), C(0; -1; 2)$

và $D(0; m; p)$. Hệ thức giữa m và p để bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng là:

A. $m + p = 3$

B. $2m - 3p = 3$

C. $2m + p = 3$

D. $m + 2p = 3$

Câu 15: Cho hình chữ nhật ABCD có $AB = a$ và $\widehat{BDC} = 30^\circ$. Quay hình chữ nhật này xung quanh cạnh AD. Diện tích xung quanh của hình trụ được tạo thành là:

A. $\frac{2}{\sqrt{3}}\pi a^2$.

B. πa^2 .

C. $2\sqrt{3}\pi a^2$.

D. $\sqrt{3}\pi a^2$.

Câu 16: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $(1+i)z + (2-i)\bar{z} = 13 + 2i$

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Câu 17: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu

$(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + m - 3 = 0$. Tìm số thực m để $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - t \\ z = 2 \end{cases}$ cắt (S) tại hai điểm phân biệt

A. $m \leq \frac{31}{2}$.

B. $m < \frac{31}{2}$.

C. $m > \frac{31}{2}$.

D. $m \geq \frac{31}{2}$.

Câu 18: Bạn A có 7 cái kẹo vị hoa quả và 6 cái kẹo vị socola. A lấy ngẫu nhiên ra 5 cái kẹo cho vào hộp để tặng cho em gái. Tính xác suất để 5 cái kẹo đem tặng cho em gái có cả vị hoa quả và vị socola.

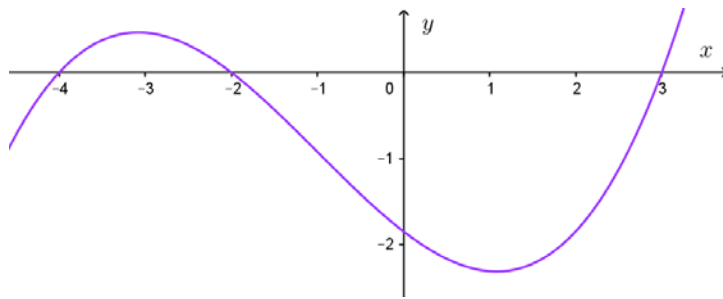
A. $P = \frac{140}{143}$

B. $P = \frac{79}{156}$

C. $P = \frac{103}{117}$

D. $P = \frac{14}{117}$

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị của đạo hàm $y = f'(x)$ như hình bên dưới. Chọn phát biểu đúng về hàm số $y = f(x)$.



A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3;0)$.

B. $f(-4) > f(-2)$

C. $f(0) > f(3)$.

D. Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau và $SA = 3a, SB = 4a$ và $AC = 3a\sqrt{17}$. Tính theo a thể tích V của khối cầu đi qua các đỉnh của hình chóp $S.ABC$.

A. $V = 8788\pi a^3$.

B. $V = \frac{8788\pi a^3}{3}$.

C. $V = \frac{2197\pi a^3}{2}$.

D. $V = \frac{2197\pi a^3}{6}$.

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại $B, AB = a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Gọi E là trung điểm của AB . Khoảng cách giữa đường thẳng SE và đường thẳng BC bằng bao nhiêu?

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{a}{2}$

D. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABC$ trên các cạnh SA, SB, SC lần lượt lấy các điểm M, N, P sao cho $\frac{SA}{SM} = 2, \frac{SB}{SN} = 3, \frac{SC}{SP} = 4$. Biết thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng 1. Hỏi thể tích của khối đa diện $MNPABC$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{5}{24}$.

B. $\frac{3}{4}$.

C. $\frac{1}{24}$.

D. $\frac{23}{24}$.

Câu 23: Cho $a \in \mathbb{R}$ sao cho giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^2 + a^2n + 1}{(n+1)^2} = a^2 - a + 1$. Khi đó khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $0 < a < 2$.

B. $0 < a < \frac{1}{2}$.

C. $-1 < a < 0$.

D. $1 < a < 3$.

Câu 24: Đường thẳng $y = 6x + m + 1$ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x - 1$ khi m bằng:

A. -4 hoặc -2.

B. -4 hoặc 0

C. -2 hoặc 2

D. 0 hoặc 2

Câu 25: Phương trình $9^x - 3 \cdot 3^x + 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 với $x_1 < x_2$. Giá trị của $A = 20x_1 + 30x_2$ là

A. 20

B. $20 \log_3 2$

C. $15 \log_3 4$

D. -10

Câu 26: Số hạng không chứa x trong khai triển biểu thức $A = \left(\frac{1}{x} - x^2\right)^{12}$ là

A. -924.

B. 495.

C. -495.

D. 924.

Câu 27: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$ gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm M lên các trục Ox, Oy, Oz . Khi đó khoảng cách từ điểm $O(0;0;0)$ đến mặt phẳng (ABC) có giá trị bằng

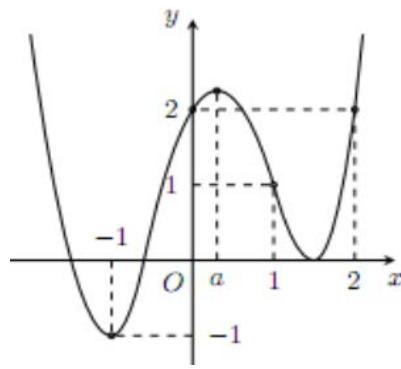
A. $\frac{1}{2}$.

B. $\sqrt{6}$.

C. $\frac{6}{7}$.

D. $\frac{1}{\sqrt{14}}$.

Câu 28: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cho bởi hình vẽ bên. Đặt $g(x) = f(x) - \frac{x^2}{2}, \forall x \in \mathbb{R}$. Hỏi đồ thị hàm số $y = g(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị



A. 3

B. 2

C. 1

D. 4

Câu 29: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1;3]$, $f(3) = 4$ và $\int_1^3 f'(x)dx = 7$. Khi đó $f(1)$ bằng

A. 3.

B. 11.

C. -3.

D. -11.

Câu 30: Có 1 con mèo vàng, 1 con mèo đen, 1 con mèo nâu, 1 con mèo trắng, 1 con mèo xanh và 1 con mèo tím. Xếp 6 con mèo thành hàng ngang vào 6 cái ghế, mỗi ghế một con. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ sao cho mèo vàng và mèo đen ở cạnh nhau?

A. 720

B. 120

C. 144

D. 240

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, mặt bên SAD là tam giác đều cạnh $2a$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết rằng mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng đáy một góc 30° .

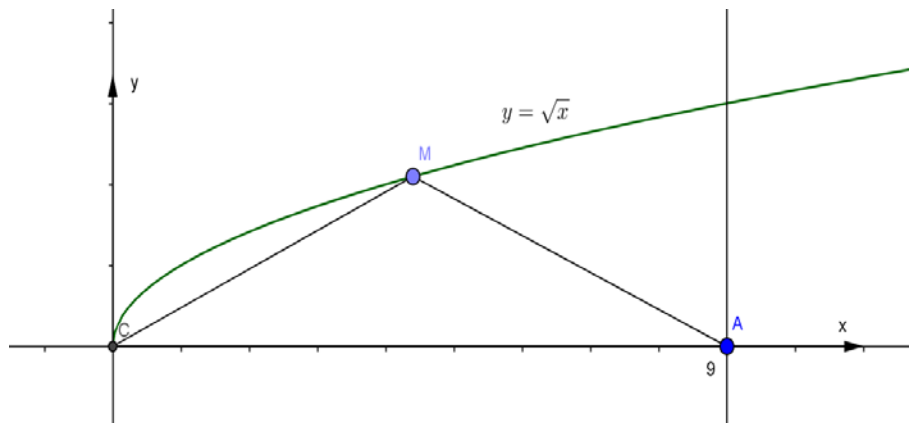
A. $2\sqrt{3}a^3$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

C. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

Câu 32: Cho đồ thị $(C): y = f(x) = \sqrt{x}$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi (C) , đường thẳng $x = 9$, trục Ox . Cho M là điểm thuộc (C) , $A(9;0)$. Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay khi cho (H) quay quanh Ox , V_2 là thể tích khối tròn xoay khi cho tam giác AOM quay quanh Ox . Biết $V_1 = \frac{9}{4}V_2$. Tính diện tích S phần hình phẳng giới hạn bởi (C) và OM . (hình vẽ không thể hiện chính xác điểm M).



A. $S = \frac{4\sqrt{5}}{3}$.

B. $S = \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

C. $S = \frac{27\sqrt{3}}{16}$.

D. $S = \sqrt{6}$.

Câu 33: Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm không thẳng hàng $A(-1;2;4)$, $B(-1;1;4)$, $C(0;0;4)$. Tam giác ABC là tam giác gì?

A. Tam giác tù

B. Tam giác vuông

C. Tam giác đều

D. Tam giác nhọn.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;3)$. Hai mặt cầu có phương trình $(S_1): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 9 = 0$ và $(S_2): x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 4z + 8 = 0$ cắt nhau theo đường

tròn(C). Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt cầu có tâm thuộc mặt phẳng chứa (C) và tiếp xúc với ba đường thẳng AB, BC, CA ?

A. vô số

B. 1.

C. không có.

D. 3.

Câu 35: Số các giá trị của m để phương trình $\frac{x^4-2}{1-|x|} = m^2-1$ có đúng 1 nghiệm là

A. 3.

B. Vô số.

C. 0.

D. 1.

Câu 36: Tập giá trị của x thỏa mãn bất phương trình $\frac{2 \cdot 9^x - 3 \cdot 6^x}{6^x - 4^x} \leq 2 (x \in \mathbb{R})$ là $(-\infty; a] \cup (b; c]$. Khi đó $(a+b+c)!$ bằng:

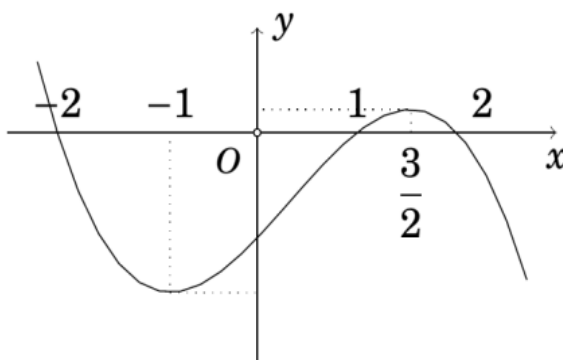
A. 2

B. 0

C. 1

D. 6

Câu 37: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} thỏa $f(2) = f(-2) = 1$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ có dạng như hình vẽ bên dưới (đồ thị của $f'(x)$ cắt trục hoành tại ba điểm $x = -2, x = 1, x = 2$). Hàm số $y = (f(x) - 1)^2$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau:



A. $(1; 2)$

B. $(-2; 2)$

C. $(2; +\infty)$

D. $(-2; -1)$

Câu 38: Gieo hai đồng xu A và B một cách độc lập. Đồng xu A chế tạo cân đối. Đồng xu B chế tạo không cân đối nên xác suất xuất hiện mặt sấp gấp 3 lần xác suất xuất hiện mặt ngửa. Tính xác suất để khi gieo hai đồng xu cùng lúc được kết quả 1 sấp và 1 ngửa.

A. 25%

B. 50%

C. 75%

D. 60%

Câu 39: Tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức $\bar{z} - 1 - 2i$ trên mặt phẳng Oxy biết z thay đổi và luôn thỏa mãn $|z + 1 + i| = 1$.

A. Đường tròn tâm $(-2; -1)$ bán kính $R=1$

B. Đường tròn tâm $(2; -1)$ bán kính $R=1$

C. Đường tròn tâm $(2; 1)$ bán kính $R=1$

D. Đường tròn tâm $(-2; 1)$ bán kính $R=1$

Câu 40: Cho z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm của phương trình $\left(\frac{z-1}{2z-i}\right)^4 = 1$. Khi đó giá trị của biểu thức

$P = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(0; 1)$

B. $P = \left(2; \frac{5}{2}\right)$

C. $(3; 4)$

D. $(2; 3)$

Câu 41: Cho là hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Biết $\int_1^{e^3} \frac{f(\ln x)}{x} dx = 7, \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x) \cdot \sin x dx = 3$. Tính $\int_1^3 (f(x) + 2x) dx$.

A. 12.

B. 15.

C. 10.

D. -10.

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a , biết $SO = a$ và SO vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Gọi M, N là trung điểm của SA, BC . Gọi α là góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) . Tính $\cos \alpha$.

A. $\frac{2}{\sqrt{7}}$

B. $\frac{\sqrt{21}}{7}$

C. $\frac{\sqrt{5}}{10}$

D. $\frac{2}{5}$

Câu 43: Cho hàm số $y = \frac{3mx+1}{nx+n-1}$ với $n \neq 0$ và $3m(n-1) \neq n$. Đồ thị hàm số nhận hai trục tọa độ làm tiệm cận đứng, tiệm cận ngang. Khi đó tổng $(m-n)^{2019}$ bằng bao nhiêu?

A. 2^{2019}

B. -1

C. 1

D. 2019

Câu 44: Cho hàm số $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$. Khi đó, phương trình $f(f(x)-1)-2=1$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt.

A. 9

B. 14

C. 12

D. 27

Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0;1]$, hàm số $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ và $f(1)-f(0)=2$. Biết rằng $0 \leq f'(x) \leq 2\sqrt{2x}, \forall x \in [0;1]$. Khi đó, giá trị của tích phân $\int_0^1 (f'(x))^2 dx$ thuộc khoảng nào sau đây.

A. $(2;4)$

B. $\left(\frac{13}{3}; \frac{14}{3}\right)$

C. $\left(\frac{10}{3}; \frac{13}{3}\right)$

D. $(1;3)$

Câu 46: Giá trị nhỏ nhất của $P = (\log_a b^2)^2 + 6 \left(\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} \right)^2 + \ln e$ với a, b là các số thực thỏa mãn $\sqrt{b} > a > 1$ là:

A. 91

B. 45

C. 61

D. 43

Câu 47: Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$ và mặt phẳng $(P): 2x+2y-z+9=0$. Đường thẳng d đi qua A và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (3;4;-4)$ cắt (P) tại B . Điểm M thay đổi trong (P) sao cho M luôn nhìn AB dưới góc 90° . Khi độ dài MB lớn nhất, đường thẳng MB đi qua điểm nào trong các điểm sau?

A. $(-2;-19;3)$

B. $(3;0;15)$

C. $(18;-2;41)$

D. $(-3;20;7)$

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} , có đạo hàm đến cấp hai trên \mathbb{R} và thỏa mãn $f^3(x) \cdot [4(f'(x))^2 + f(x) \cdot f''(x)] = e^x, \forall x \in \mathbb{R}$, biết $f(0) = 0$. Khi đó $\int_0^{5\ln 2} f^5(x) dx$ bằng

A. $5 \left(31 - \frac{25\ln^2 2}{2} - 5\ln 2 \right)$

B. $\frac{1}{5} \left(31 - \frac{355\ln 2}{2} \right)$

C. $\frac{1}{5} \left(31 - \frac{25\ln^2 2}{2} - 5\ln 2 \right)$

D. $5 \left(31 - \frac{355\ln 2}{2} \right)$

Câu 49: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a, BC=b, CC'=c$. Gọi O, O' lần lượt là tâm của $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Gọi (α) là mặt phẳng qua O' và song song với hai đường thẳng $A'D$ và $D'O$. Diện tích thiết diện của hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ khi cắt bởi mặt phẳng (α) . Tìm điều kiện của a, b, c để thiết diện nói trên là hình thoi có một góc bằng 60° .

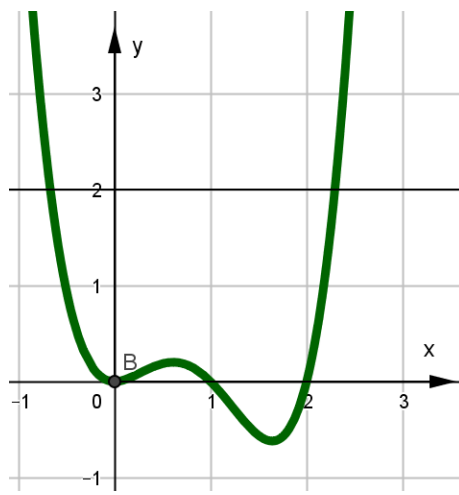
A. $a=b=c$

B. $a=b=\frac{c}{3}$

C. $a=c=\frac{b}{2}$

D. $b=c=\frac{a}{3}$

Câu 50: Cho đồ thị hàm bậc bốn $y=f(x)$ như hình vẽ bên dưới. Hỏi đồ thị của hàm số $y = \frac{f^2(x) \cdot \sqrt{x^2+x}}{[f^2(x)-2f(x)](2x^5+x^4-10x^3-5x^2+8x+4)}$ có bao nhiêu đường tiệm cận (chỉ đếm tiệm cận đứng và tiệm cận ngang)



A. 7.

B. 6.

C. 5

D. 4.

----- HẾT -----

CẤU TRÚC ĐỀ GỐC

LƯỢNG GIÁC, GIỚI HẠN, ĐẠO HÀM (3 CÂU TỈ LỆ 1-2-0-0)	1
KHỐI ĐA DIỆN (2 CÂU TỈ LỆ 1-1-0-0)	1
KHỐI TRÒN XOAY (2 CÂU VỚI TỈ LỆ 0-2-0-0)	2
CÁC CÂU HỎI PHẦN OXYZ (8 CÂU VỚI TỈ LỆ 2-3-2-1)	3
TỔ HỢP XÁC SUẤT (4 CÂU TỈ LỆ 0-3-1-0)	5
SỐ PHỨC (4 CÂU TỈ LỆ 1-1-2-0)	6
QUAN HỆ SONG SONG VÀ VUÔNG GÓC (4 CÂU TỈ LỆ 0-2-1-1)	8
CHỦ ĐỀ HÀM SỐ (9 CÂU TỈ LỆ 2-3-3-1)	10
MŨ LOGARIT (6 CÂU TỈ LỆ 2-2-1-1)	15
NGUYÊN HÀM TÍCH PHÂN (7 CÂU TỈ LỆ 2-1-2-2)	17

LƯỢNG GIÁC, GIỚI HẠN, ĐẠO HÀM (3 CÂU TỈ LỆ 1-2-0-0)

Câu 1: [Nhận biết] Cho hàm số $y = x^5 - 3x^4 + x + 1$ với $x \in \mathbb{R}$. Khi đó $y'' = ?$

A. $y'' = 20x^3 - 36x^2$. **B.** $y'' = 5x^4 - 12x^3$. **C.** $y'' = 20x^2 - 36x^3$. **D.** $y'' = 5x^3 - 12x^2 + 1$.

Lời giải

$$y = x^5 - 3x^4 + x + 1 \Rightarrow y' = 5x^4 - 12x^3 + 1 \Rightarrow y'' = 20x^3 - 36x^2$$

Câu 2: [Thông hiểu] Gọi α là nghiệm trong khoảng $(\pi; 2\pi)$ của phương trình $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$, nếu biểu diễn

$\alpha = \frac{a\pi}{b}$ với a, b là hai số nguyên âm và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản thì ab bằng bao nhiêu?

A. $ab = 66$. **B.** $ab = 6$. **C.** $ab = 30$. **D.** $ab = 42$.

Lời giải

$$\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi \Rightarrow \alpha = 2\pi - \frac{\pi}{6} = \frac{11\pi}{6}$$

suy ra $a = -11, b = -6 \Rightarrow ab = 66$

Câu 3: [Thông hiểu] Cho $a \in \mathbb{R}$ sao cho giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^2 + a^2n + 1}{(n+1)^2} = a^2 - a + 1$. Khi đó khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $0 < a < 2$. **B.** $-1 < a < 0$. **C.** $0 < a < \frac{1}{2}$. **D.** $1 < a < 3$.

Lời giải

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^2 + a^2n + 1}{(n+1)^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a + \frac{a^2}{n} + \frac{1}{n^2}}{1 + \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2}} = a = a^2 - a + 1 \Rightarrow (a-1)^2 = 0 \Rightarrow a = 1$$

KHỐI ĐA DIỆN (2 CÂU TỈ LỆ 1-1-0-0)

Câu 4: [Nhận biết] Mỗi cạnh của hình đa diện là cạnh chung của bao nhiêu mặt.

A. Hai mặt. **B.** Ba mặt. **C.** Ít hơn hai mặt. **D.** Ít nhất ba mặt.

Lời giải

Theo lý thuyết

Câu 5: [Thông hiểu] Cho hình chóp $S.ABC$ trên các cạnh SA, SB, SC lần lượt lấy các điểm M, N, P sao cho $\frac{SA}{SM} = 2, \frac{SB}{SN} = 3, \frac{SC}{SP} = 4$. Biết thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng 1. Hỏi thể tích của khối đa diện $MNPABC$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{23}{24}$.

B. $\frac{1}{24}$.

C. $\frac{3}{4}$.

D. $\frac{5}{24}$.

Lời giải

Ta có $\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{24} \Rightarrow V_{S.MNP} = \frac{1}{24}$

Suy ra $V_{MNPABC} = 1 - \frac{1}{24} = \frac{23}{24}$

KHỐI TRÒN XOAY (2 CÂU VỚI TỈ LỆ 0-2-0-0)

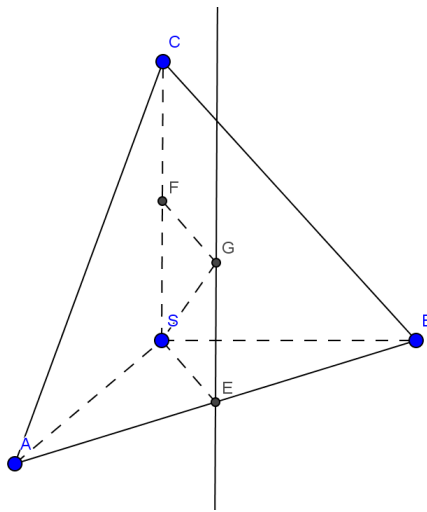
Câu 6: [Thông hiểu] Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau và $SA = 3a, SB = 4a$ và $AC = 3a\sqrt{17}$. Tính theo a thể tích V của khối cầu đi qua các đỉnh của hình chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{2197\pi a^3}{2}$.

B. $V = \frac{2197\pi a^3}{6}$.

C. $V = 8788\pi a^3$.

D. $V = \frac{8788\pi a^3}{3}$.

Lời giải

Ta có $AB = 5a, SC = \sqrt{9 \cdot 17 - 9} \cdot a = 12a, SE = \frac{5a}{2}, R = GS = \sqrt{36 + \frac{25}{4}}a = \frac{13a}{2}$

Suy ra $V = \frac{4}{3}\pi \frac{13^3}{2^3}a^3 = \frac{2197\pi a^3}{6}$.

Câu 7: [Thông hiểu] Cho hình chữ nhật ABCD có $AB = a$ và $BDC = 30^\circ$. Quay hình chữ nhật này xung quanh cạnh AD. Diện tích xung quanh của hình trụ được tạo thành là:

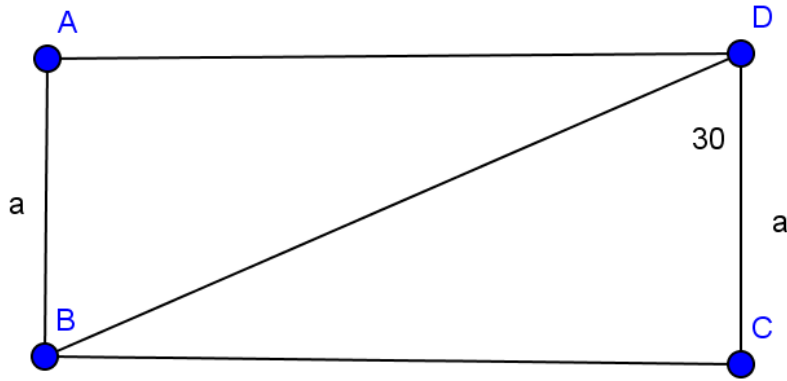
A. $\sqrt{3}\pi a^2$.

B. $2\sqrt{3}\pi a^2$.

C. $\frac{2}{\sqrt{3}}\pi a^2$.

D. πa^2 .

Lời giải



Ta có $\tan 30^\circ = \frac{BC}{DC} \Rightarrow BC = \frac{a}{\sqrt{3}}$

Suy ra $R = a$ và chiều cao $h = \frac{a}{\sqrt{3}}$, suy ra diện tích xung quanh của trụ bằng $2\pi R.h = \frac{2\pi.a^2}{\sqrt{3}}$

CÁC CÂU HỎI PHẦN OXYZ (8 CÂU VỚI TỈ LỆ 2-3-2-1)

Câu 8: [Nhận biết] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ \vec{a} và \vec{b} khác $\vec{0}$. Kết luận nào sau đây sai?

A. $\|\vec{a}; \vec{b}\| = |\vec{a}||\vec{b}|\sin \vec{a}; \vec{b}$

B. $[\vec{a}; 3\vec{b}] = 3[\vec{a}; \vec{b}]$

C. $[2\vec{a}; \vec{b}] = 2[\vec{a}; \vec{b}]$

D. $[3\vec{a}; 3\vec{b}] = 3[\vec{a}; \vec{b}]$

Lời giải

Ta có $\| [3\vec{a}; 3\vec{b}] \| = \| 3\vec{a} \| \cdot \| 3\vec{b} \| \cdot \sin \vec{a}; \vec{b} = 9 \| [\vec{a}; \vec{b}] \|$ Giả sử đáp án D đúng suy ra điều vô lý.

Câu 9: [Nhận biết] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm M trên trục Oz . Điểm đối xứng với M qua điểm H có tọa độ:

A. $-1; -2; -3$

B. $1; 2; -3$

C. $0; 0; 3$

D. $-1; -2; 3$

Lời giải

Gọi M' là điểm cần tìm. Ta có $H(0; 0; 3)$ do H là trung điểm của MM' nên $M'(-1; -2; 3)$

Câu 10: [Thông hiểu] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu

$(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + m - 3 = 0$. Tìm số thực m để $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - t \\ z = 2 \end{cases}$ cắt (S) tại hai điểm phân biệt

A. $m \geq \frac{31}{2}$.

B. $m \leq \frac{31}{2}$.

C. $m < \frac{31}{2}$.

D. $m > \frac{31}{2}$

Lời giải

Thay vào pt mặt cầu ta có $(t+1)^2 + (t-1)^2 + 4 + 2(t+1) - 4(1-t) - 12 + m - 3 = 0$

$\Leftrightarrow 2t^2 + 6t + m - 11 = 0$

Đề cắt tại hai điểm phân biệt khi pt có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = 9 - 2(m - 11) > 0 \Leftrightarrow 2m < 31 \Leftrightarrow m < \frac{31}{2}$

Câu 11: [Thông hiểu] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$ gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm M lên các trục Ox, Oy, Oz . Khi đó khoảng cách từ điểm $O(0; 0; 0)$ đến mặt phẳng (ABC) có giá trị bằng

- A. $\frac{1}{\sqrt{14}}$. B. $\frac{6}{7}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\sqrt{6}$.

Lời giải

Ta có $A(1; 0; 0), B(0; 2; 0), C(0; 0; 3)$

$$\text{Pt } (ABC): \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$$

$$\text{Suy ra } d(O; (ABC)) = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9}}} = \frac{6}{7}$$

Câu 12: [Thông hiểu] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; -2; 0)$, $B(1; 0; -1)$, $C(0; -1; 2)$ và $D(0; m; p)$. Hệ thức giữa m và p để bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng là:

- A. $2m + p = 0$ B. $m + p = 1$ C. $m + 2p = 3$ D. $2m - 3p = 0$

Lời giải

$$\overrightarrow{AB} = (0; 2; -1), \overrightarrow{AC} = (-1; 1; 2), \overrightarrow{AD} = (-1; m + 2; p)$$

$$\text{Suy ra } [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (5; 1; 2)$$

$$\text{Suy ra } [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} = -5 + m + 2 + 2p = 0 \Leftrightarrow m + 2p = 3$$

Câu 13: [Vận dụng thấp] Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm không thẳng hàng $A(-1; 2; 4), B(-1; 1; 4), C(0; 0; 4)$. Tam giác ABC là tam giác gì?

- A. Tam giác tù B. Tam giác đều C. Tam giác vuông D. Tam giác nhọn.

Lời giải

$$\text{Ta có } \overrightarrow{BA} = (0; 1; 0), \overrightarrow{BC} = (1; -1; 0)$$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = -1 < 0 \text{ suy ra } \angle ABC > 90^\circ \text{ suy ra tam giác } ABC \text{ là tam giác tù.}$$

Câu 14: [Vận dụng thấp] Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; 0; 0), B(0; 3; 0), C(0; 0; 3)$. Hai mặt cầu có phương trình $(S_1): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 9 = 0$ và $(S_2): x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 4z + 9 = 0$ cắt nhau theo đường tròn (C) . Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt cầu có tâm thuộc mặt phẳng chứa (C) và tiếp xúc với ba đường thẳng AB, BC, CA ?

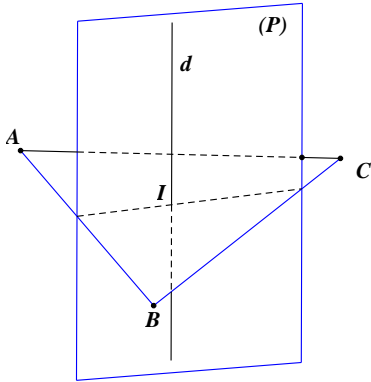
- A. 1. B. 3. C. 4. D. vô số.

Lời giải

$$\text{Phương trình mặt phẳng chứa } (C) \text{ là } x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 9 = x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 4z + 9$$

$$\Leftrightarrow 6x - 4y - 2z = 0 \quad (P)$$

Để thấy tam giác ABC đều có tâm I(1;1;1). (P) qua I và vuông góc với (ABC) nên (P) chứa trục d đường tròn nội tiếp tam giác ABC. Mỗi điểm trên d là tâm của 1 mặt cầu tiếp xúc với ba đường thẳng AB, BC, CA. Vậy có vô số mặt cầu tmyc.



Câu 15: [Vận dụng cao] Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 9 = 0$. Đường thẳng d đi qua A và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (3;4;-4)$ cắt (P) tại B . Điểm M thay đổi trong (P) sao cho M luôn nhìn AB dưới góc 90° . Khi độ dài MB lớn nhất, đường thẳng MB đi qua điểm nào trong các điểm sau?

- A. $(-2;-19;3)$ **B. $(18;-2;41)$** C. $(3;0;15)$ D. $(-3;20;7)$

Lời giải

Chọn B.

Phương trình đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \\ z = -3 - 4t \end{cases}$

Tìm tọa độ điểm $B(-2;-2;1)$

Xét tam giác vuông MAB có $MB = \sqrt{AB^2 - MA^2}$ lớn nhất khi MA nhỏ nhất.

Có $AM \geq d(A; (P)) = AH$

Suy ra $MB = (P) \cap (Q)$ trong đó $(Q) \supset d, (Q) \perp (P)$

Ta có $\vec{n}_{(Q)} = [\vec{u}_d, \vec{n}_{(P)}] = (-4; 5; 2)$

Suy ra $\vec{u}_{MB} = [\vec{n}_{(Q)}, \vec{n}_{(P)}] = 9(1; 0; 2)$

Suy ra $MB: \begin{cases} x = -2 + t \\ y = -2 \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ đi qua điểm $(18; -2; 41)$

TỔ HỢP XÁC SUẤT (4 CÂU TỈ LỆ 0-3-1-0)

Câu 16: [Thông hiểu] Số hạng không chứa x trong khai triển biểu thức $A = \left(\frac{1}{x} - x^2 \right)^{12}$ là

A. -495.

B. -495.

C. 924 .

D. -924 .

Lời giải

Chọn A

Số hạng thứ $k+1$ trong khai triển là: $(-1)^k C_{12}^k x^{3k-12}$.

Số hạng không chứa x trong khai triển ứng với $k=4$.

Số hạng không chứa x là $(-1)^4 C_{12}^4 = 945$.

Câu 17: [Thông hiểu] Có 1 con mèo vàng, 1 con mèo đen, 1 con mèo nâu, 1 con mèo trắng, 1 con mèo xanh và 1 con mèo tím. Xếp 6 con mèo thành hàng ngang vào 6 cái ghế, mỗi ghế một con. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ sao cho mèo vàng và mèo đen ở cạnh nhau?

A. 240

B. 120

C. 720

D. 144

Lời giải

Đặt mèo vàng và mèo đen là a, 4 con còn lại lần lượt là b,c,d,e.

=> có tổng cộng 5! cách xếp.

- Ta hoán vị trí mèo vàng cho mèo đen

=> có tất cả $5! \cdot 2 = 240$ (cách xếp)

Câu 18: [Thông hiểu] Bạn A có 7 cái kẹo vị hoa quả và 6 cái kẹo vị socola. A lấy ngẫu nhiên ra 5 cái kẹo cho vào hộp để tặng cho em gái. Tính xác suất để 5 cái kẹo đem tặng cho em gái có cả vị hoa quả và vị socola.

A. $P = \frac{14}{117}$

B. $P = \frac{140}{143}$

C. $P = \frac{103}{117}$

D. $P = \frac{79}{156}$

Lời giải

Ta có không gian mẫu là $|\Omega| = C_{13}^5 = 1287$

TH1: 4 kẹo hoa quả và 1 kẹo socola $C_7^4 C_6^1 = 210$ cách

TH2: 3 kẹo hoa quả và 2 kẹo socola $C_7^3 C_6^2 = 525$ cách

TH3: 2 kẹo hoa quả và 3 kẹo socola $C_7^2 C_6^3 = 420$ cách

TH4: 1 kẹo hoa quả và 4 kẹo socola $C_7^1 C_6^4 = 105$ cách

=> Có 1260 cách để A xếp kẹo vào hộp.

$$P = \frac{1260}{1287} = \frac{140}{143}$$

Câu 19: [Vận dụng thấp] Gieo hai đồng xu A và B một cách độc lập. Đồng xu A chế tạo cân đối. Đồng xu B chế tạo không cân đối nên xác suất xuất hiện mặt sấp gấp 3 lần xác suất xuất hiện mặt ngửa. Tính xác suất để khi gieo hai đồng xu cùng lúc được kết quả 1 sấp và 1 ngửa.

A. 50%

B. 60%

C. 75%

D. 25%

Lời giải

Gọi Y là biến cố “ Có 1 sấp và 1 ngửa khi gieo cả hai đồng xu 1 lần”

$\Rightarrow Y = A\bar{B} \cup \bar{A}B$, mà $A\bar{B}$, $\bar{A}B$ xung khắc và $A, \bar{B}; \bar{A}, B$ độc lập

$\Rightarrow P(Y) = P(A\bar{B}) + P(\bar{A}B) = P(A)P(\bar{B}) + P(\bar{A})P(B)$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2} = 50\%$$

SỐ PHỨC (4 CÂU TỈ LỆ 1-1-2-0)

Câu 20: [Nhận biết] Số phức liên hợp của số phức $z = 2i - 1$ là

A. $1+2i$.

B. $-1-2i$.

C. $-1+2i$.

D. $2-i$.

Lời giải

Theo lý thuyết liên hợp của số phức $z = a + bi$ là $\bar{z} = a - bi$

Câu 21: [Thông hiểu] Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $(1+i)z + (2-i)\bar{z} = 13+2i$

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

$$\text{Ta có: } (1+i)(x+yi) + (2-i)(x-yi) = 13+2i$$

$$\text{Suy ra } x+yi+xi-y+2x-2yi-xi-y = 13+2i$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} x-y+2x-y=13 \\ y+x-2y-x=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=? \\ y=-1 \end{cases} \text{ vậy có 1 số phức thỏa mãn.}$$

Câu 22: [Vận dụng thấp] Cho z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm của phương trình $\left(\frac{z-1}{2z-i}\right)^4 = 1$. Khi đó giá trị của biểu thức $P = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(2;3)$

B. $P = \left(2; \frac{5}{2}\right)$

C. $(3;4)$

D. $(0;1)$

Lời giải

$$\left(\frac{z-1}{2z-i}\right)^4 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} (z-1)^2 = (2z-i)^2 \\ (z-1)^2 = -(2z-i)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z-1 = 2z-i \\ z-1 = -2z+i \\ z-1 = 2zi+1 \\ z-1 = -2zi-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -1+i \\ z_2 = \frac{1}{3} + \frac{1}{3}i \\ z_3 = \frac{2}{5} + \frac{4}{5}i \\ z_4 = 0 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } P = \sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{3} + \frac{2\sqrt{5}}{5} \approx 2,78$$

Câu 23: [Vận dụng thấp] Tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức $\bar{z}-1-2i$ trên mặt phẳng Oxy biết z thay đổi và luôn thỏa mãn $|z+1+i|=1$.

A. Đường tròn tâm $(-2;-1)$ bán kính $R=1$

B. Đường tròn tâm $(2;1)$ bán kính $R=1$

C. Đường tròn tâm $(-2;1)$ bán kính $R=1$

D. Đường tròn tâm $(2;-1)$ bán kính $R=1$

Lời giải

$$\text{Gọi } \bar{z}-1-2i = x+yi \Leftrightarrow \bar{z} = 1+x+(2+y)i \Leftrightarrow z = 1+x-(2+y)i$$

$$\text{Suy ra } |z+1+i|=1 \Leftrightarrow |x+2-(y+1)i|=1 \Leftrightarrow (x+2)^2 + (y+1)^2 = 1$$

QUAN HỆ SONG SONG VÀ VUÔNG GÓC (4 CÂU TỈ LỆ 0-2-1-1)

Câu 24: [Thông hiểu] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, mặt bên SAD là tam giác đều cạnh $2a$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết rằng mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng đáy một góc 30° .

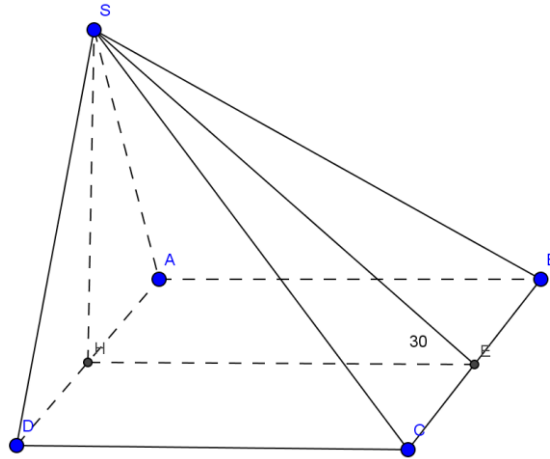
A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

C. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

D. $2\sqrt{3}a^3$.

Lời giải



Ta có $SH = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$

$\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{SH}{HE} = \frac{a\sqrt{3}}{HE} \Rightarrow HE = 3a = AB$

Suy ra $V = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot 2a \cdot 3a = 2\sqrt{3}a^3$

Câu 25: [Thông hiểu] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Gọi E là trung điểm của AB . Khoảng cách giữa đường thẳng SE và đường thẳng BC bằng bao nhiêu?

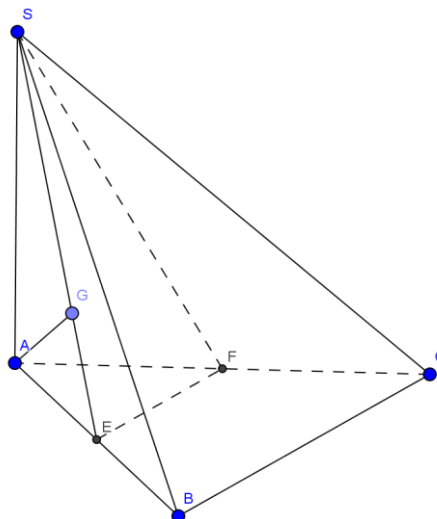
A. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$

B. $\frac{a}{2}$

C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Lời giải



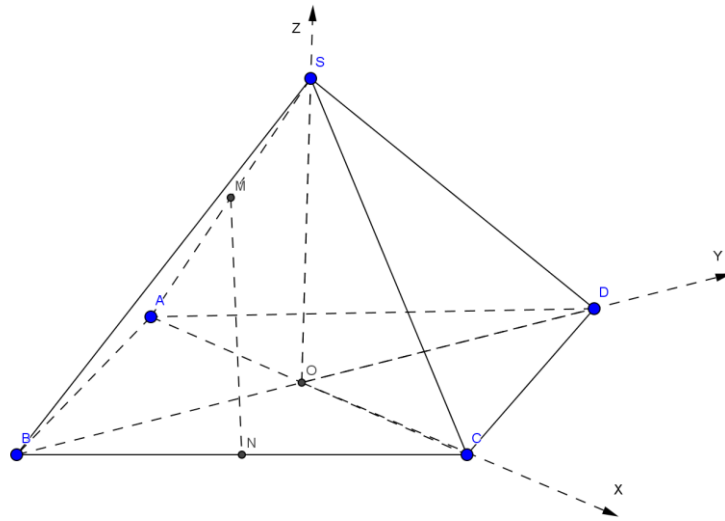
Ta có $d(SE; BC) = d(BC; (SEF)) = d(A; (SEF)) = AG$

$$\text{Ta có } \frac{1}{AG^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AE^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{4}{a^2} = \frac{9}{2a^2} \Rightarrow AG = \frac{a\sqrt{2}}{3}$$

Câu 26: [Vận dụng thấp] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a , biết $SO = a$ và SO vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Gọi M, N là trung điểm của SA, BC . Gọi α là góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) . Tính $\cos \alpha$.

- A. $\frac{\sqrt{21}}{7}$ B. $\frac{2}{\sqrt{7}}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{10}$

Lời giải



$$\text{Tọa độ hóa như hình vẽ có: } S(0;0;1), A\left(-\frac{\sqrt{2}}{2};0;0\right) \Rightarrow M\left(-\frac{\sqrt{2}}{4};0;\frac{1}{2}\right)$$

$$B\left(0;-\frac{\sqrt{2}}{2};0\right), C\left(\frac{\sqrt{2}}{2};0;0\right) \Rightarrow N\left(\frac{\sqrt{2}}{4};-\frac{\sqrt{2}}{4};0\right)$$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{MN} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{4}; -\frac{1}{2}\right) \Rightarrow \vec{u}_1 = (2; -1; -\sqrt{2})$$

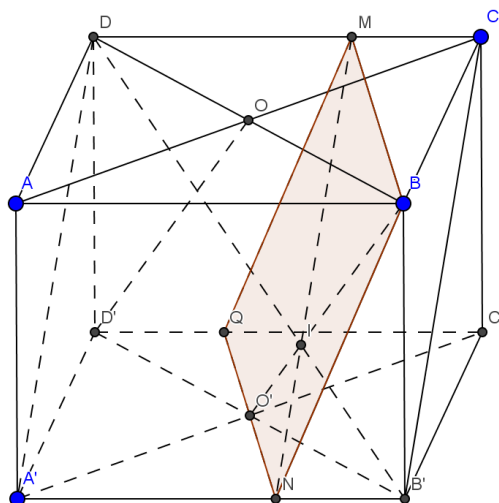
$$\vec{i}(1;0;0)$$

$$\text{Suy ra } \sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{7}} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{21}}{7}$$

Câu 27: [Vận dụng cao] Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a, BC = b, CC' = c$. Gọi O, O' lần lượt là tâm của $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Gọi (α) là mặt phẳng qua O' và song song với hai đường thẳng $A'D$ và $D'O$. Dựng thiết diện của hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ khi cắt bởi mặt phẳng (α) . Tìm điều kiện của a, b, c để thiết diện nói trên là hình thoi có một góc bằng 60° .

- A. $b = c = \frac{a}{3}$ B. $a = b = c$ C. $a = b = \frac{c}{3}$ D. $a = c = \frac{b}{2}$

Lời giải



Gọi $\{I\} = DB' \cap O'B$, qua I dựng $MN \parallel A'D$, $M \in CD$, $N \in A'B'$

Gọi $\{Q\} = NO' \cap D'C'$

Suy ra thiết diện là hình bình hành $BMQN$.

Tính được $B'N = CM = \frac{a}{3}$

$$BN^2 = BB'^2 + B'N^2 = c^2 + \frac{a^2}{9}$$

$$BM^2 = BC^2 + CM^2 = b^2 + \frac{a^2}{9}$$

$$MN^2 = A'D^2 = b^2 + c^2$$

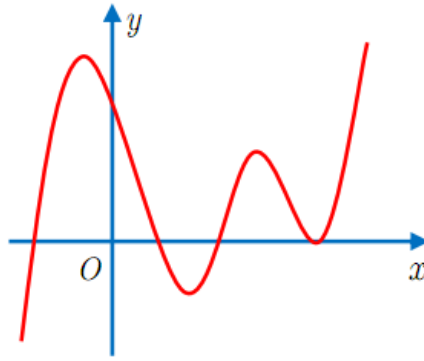
Do $MN^2 < BM^2 + BN^2$ suy ra $MBN < 90^\circ$

Để $BMQN$ là hình thoi có một góc bằng 60° thì tam giác BMN đều

$$\text{Suy ra } b^2 + \frac{a^2}{9} = c^2 + \frac{a^2}{9} = b^2 + c^2 \Leftrightarrow b = c = \frac{a}{3}$$

CHỦ ĐỀ HÀM SỐ (9 CÂU TỈ LỆ 2-3-3-1)

Câu 28: [Nhận biết] Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị của đạo hàm $y = f'(x)$ như hình bên dưới. Tìm số điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = f(x)$.



A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Lời giải

Thấy $f'(x) = (x-a)(x-b)(x-c)(x-d)^2$ suy ra $f'(x)$ đổi dấu theo thứ tự như sau: - + - + +

Suy ra có 1 một điểm cực đại

Câu 29: [Nhận biết] Đường thẳng nối điểm cực đại với điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - x + m$ đi qua điểm $A(6;1)$ khi m bằng:

A. 5

B. 4

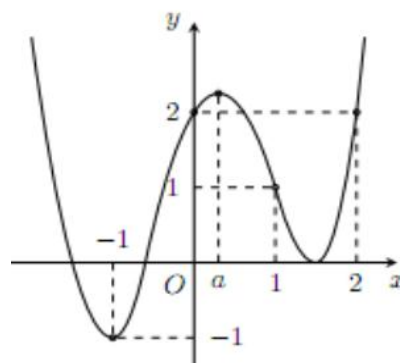
C. -4

D. Một giá trị khác

Lời giải

Chia y cho y' ta được pt đường thẳng dạng: $y = -\frac{2}{3}x + m$ để đi qua $A(6;1)$ suy ra $m = 5$.

Câu 30: [Thông hiểu] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cho bởi hình vẽ bên. Đặt $g(x) = f(x) - \frac{x^2}{2}$. Hỏi đồ thị hàm số $y = g(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị



A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Lời giải

Ta có $g'(x) = f'(x) - x = 0 \Leftrightarrow x = -1; x = 1; x = 2$.

Xét dấu của $g'(x)$ ta có $++-+$ Suy ra có hai điểm cực trị.

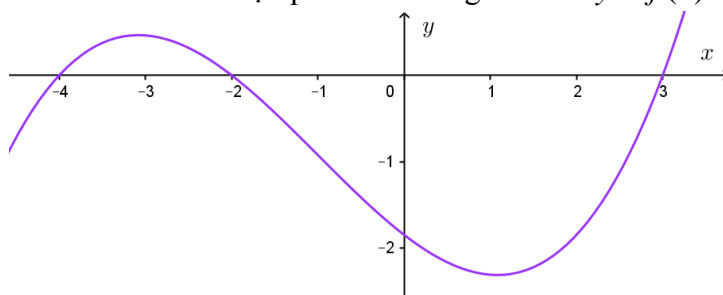
Câu 31: [Thông hiểu] Đường thẳng $y = 6x + m + 1$ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x - 1$ khi m bằng:

- A. -4 hoặc 0 B. 0 hoặc 2 C. -2 hoặc 2 D. -4 hoặc -2.

Lời giải

Là tiếp tuyến khi hệ sau có nghiệm $\begin{cases} x^3 + 3x - 1 = 6x + m + 1 \\ 3x^2 + 3 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow m = -4 \\ x = -1 \Rightarrow m = 0 \end{cases}$

Câu 32: [Thông hiểu] Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị của đạo hàm $y = f'(x)$ như hình bên dưới. Chọn phát biểu đúng hàm số $y = f(x)$.



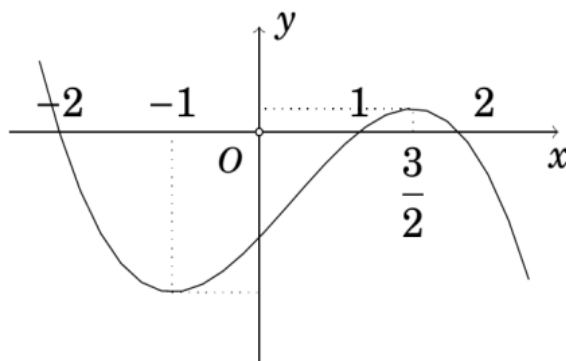
- A. Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.
 B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3; 0)$.
 C. $f(0) > f(3)$.
 D. $f(-4) > f(-2)$

Lời giải

Ta thấy trên khoảng $(0; 3)$ đạo hàm mang dấu âm nên hàm số nghịch biến trên $(0; 3)$.

Vì thế $f(0) > f(3)$.

Câu 33: [Vận dụng thấp] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} thỏa $f(2) = f(-2) = 1$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ có dạng như hình vẽ bên dưới (đồ thị của $f'(x)$ cắt trục hoành tại ba điểm $x = -2, x = 1, x = 2$). Hàm số $y = f(x) - 1$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau:



- A. $[-1; 2]$
 B. $[-2; +\infty)$
 C. $[-2; -1]$

D. -2; 2

Lời giải

Chọn hàm $f'(x) = -(x+2)(x-1)(x-2)$ suy ra bảng biến thiên của hàm $f(x)$

Suy ra $f(x) \leq f(-2) = f(2) = 1 \Rightarrow f(x) - 1 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Mà $\left[(f(x) - 1)^2 \right]' = 2(f(x) - 1) \cdot f'(x)$

Xét $\left[(f(x) - 1)^2 \right]' = 2(f(x) - 1) \cdot f'(x) \leq 0 \Rightarrow f'(x) \geq 0$ từ đồ thị $f'(x)$ suy ra được $\begin{cases} x \leq -2 \\ 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$

Câu 34: [Vận dụng thấp] Cho hàm số $y = \frac{3mx+1}{nx+n-1}$ với $n \neq 0$ và $3m(n-1) \neq n$. Đồ thị hàm số nhận hai trục tọa độ làm tiệm cận đứng, tiệm cận ngang. Khi đó tổng $(m-n)^{2019}$ bằng bao nhiêu?

A. -1

B. 1

C. 2019

D. 2^{2019}

Lời giải

Có tiệm cận ngang là $y = \frac{3m}{n} = 0 \Rightarrow m = 0$

Có tiệm cận đứng là $x = \frac{1-n}{n} = 0 \Rightarrow n = 1$

Suy ra $(m-n)^{2019} = (-1)^{2019} = -1$

Câu 35: [Vận dụng thấp] Số các giá trị của m để phương trình $\frac{x^4-2}{1-|x|} = m^2-1$ có đúng 1 nghiệm là

A. 3.

B. 1.

C. Vô số.

D. 0.

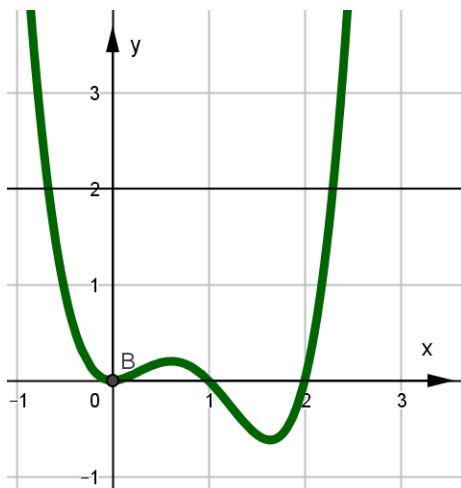
Lời giải

Do vế bên trái là hàm số chẵn nên nếu có nghiệm x_0 thì cũng sẽ có nghiệm $-x_0$.

Để có đúng 1 nghiệm thì nghiệm đó là $x_0 = 0$ suy ra $m^2 - 1 = -2 \Leftrightarrow m^2 = -1$ vô lý.

Câu 36: [Vận dụng cao] Cho đồ thị hàm bậc bốn $y = f(x)$ như hình vẽ bên dưới. Hỏi đồ thị của hàm số

$y = \frac{f^2(x) \cdot \sqrt{x^2+x}}{\left[f^2(x) - 2f(x) \right] (2x^5 + x^4 - 10x^3 - 5x^2 + 8x + 4)}$ có bao nhiêu đường tiệm cận (chỉ đếm tiệm cận đứng và tiệm cận ngang)



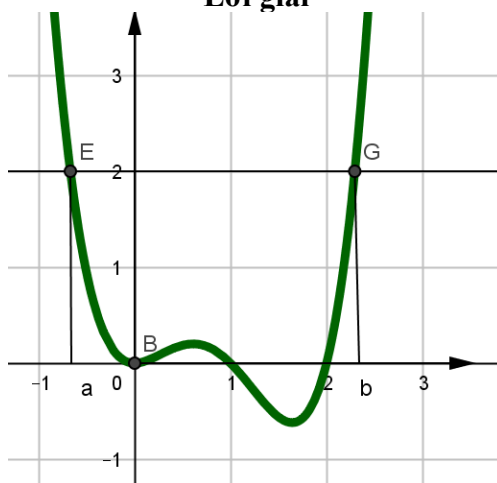
A. 5

B. 4.

C. 6.

D. 7.

Lời giải



$$y = \frac{f^2(x)\sqrt{x^2+x}}{[f^2(x)-2f(x)](2x^5+x^4-10x^3-5x^2+8x+4)} = \frac{f(x)\sqrt{x(x+1)}}{(f(x)-2)(x-1)(x+1)(x-2)(x+2)(2x+1)}$$

Chọn $f(x) = x^2(x-1)(x-2)$ suy ra

$$y = \frac{x^2(x-1)(x-2)\sqrt{x(x+1)}}{(x-a)(x-b)(x-1)(x+1)(x-2)(x+2)(2x+1)} = \frac{x^2\sqrt{x(x+1)}}{(x-a)(x-b)(x+1)(x+2)(2x+1)}$$

Suy ra có 3 tiệm cận đứng $x=b, x=-1, x=-2$ và 1 tiệm cận ngang $y=0$.

Vậy tổng cộng có 4 tiệm cận.

Câu 37: [Vận dụng cao] Cho hàm số $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$. Khi đó, phương trình $f(f(f(x)-1)-2) = 1$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt.

A. 14

B. 12

C. 9

D. 27

Lời giải :

Đặt $f(f(x)-1)-2 = a, f(x)-1 = b$

Khi đó, pt $f(f(f(x)-1)-2)=1$ trở thành $f(a)=1 \Leftrightarrow a^3-6a^2+9a=0 \Leftrightarrow \begin{cases} a_1=0 \\ a_2=3 \end{cases}$

Xét với $a=a_1=0$

Suy ra $f(f(x)-1)-2=0 \Leftrightarrow f(b)=2 \Leftrightarrow b^3-6b^2+9b-1=0 \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 \approx 0,121 \\ b_2 \approx 3,5321 \\ b_3 \approx 2,347 \end{cases}$

Với $b=b_1$ suy ra $f(x)=1,121$ có 3 nghiệm (0,014 ; 3,195 ; 2,792)

Với $b=b_2$ suy ra $f(x)=4,532$ có 3 nghiệm (3,946; 1,426; 0,628)

Với $b=b_3$ suy ra $f(x)=3,347$ có 3 nghiệm (3,787 ; 1,884 ; 0,329)

Xét với $a=a_2=3$

Suy ra $f(f(x)-1)-2=3 \Leftrightarrow f(b)=5 \Leftrightarrow b^3-6b^2+9b-4=0 \Leftrightarrow \begin{cases} b_4=4 \\ b_5=1 \end{cases}$

Với $b=b_4$ suy ra $f(x)=5$ có 2 nghiệm (4 ; 1)

Với $b=b_5$ suy ra $f(x)=2$ có 3 nghiệm (0,121 ; 3,532 ; 2,347)

Vậy tổng cộng có 14 nghiệm thực phân biệt

MŨ LOGARIT (6 CÂU TỈ LỆ 2-2-1-1)

Câu 38: [Nhận biết] Cho các số thực a, b sao cho $a < b < 0$. Mệnh đề nào sau đây **sai**

A. $\log(a^2b^2) = 2(\log|a| + \log|b|)$

B. $\log(a-b)^2 = 2\log(b-a)$

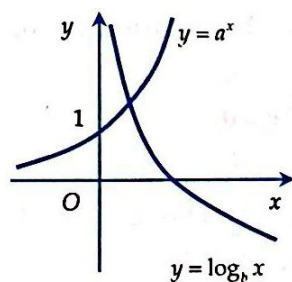
C. $\log(a^3b)^2 = 4\log|a| + 2\log(ab)$

D. $\log\sqrt{\frac{a}{b}} = \log\sqrt{a} - \log\sqrt{b}$

Lời giải:

$$\log\sqrt{\frac{a}{b}} = \log\sqrt{-a} - \log\sqrt{-b}$$

Câu 39: [Nhận biết] Cho $a > 0, b > 0, a \neq 1, b \neq 1$. Đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = \log_b x$ được xác định như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. $a > 1; 0 < b < 1$.

B. $0 < a < 1; b > 1$.

C. $0 < a < 1; 0 < b < 1$.

D. $a > 1; b > 1$.

Lời giải

Hàm số $y = a^x$ đồng biến suy ra $a > 1$

Hàm số $y = \log_b x$ nghịch biến suy ra $0 < b < 1$

Câu 40: [Thông hiểu] Phương trình $9^x - 3 \cdot 3^x + 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 với $x_1 < x_2$. Giá trị của $A = 20x_1 + 30x_2$ là

A. -10

B. $20 \log_3 2$

C. $15 \log_3 4$

D. 20

Lời giải

$$9^x - 3 \cdot 3^x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 1 \\ 3^x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \log_3 2 \end{cases} \xrightarrow{x_1 < x_2} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = \log_3 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow A = 20x_1 + 30x_2 = 30 \log_3 2 = 15 \log_3 4.$$

Câu 41: [Thông hiểu] Một người gửi tiết kiệm với lãi suất 8,4% một năm và lãi hằng năm được nhập vào vốn. Hỏi sau bao nhiêu năm người đó thu được gấp ba lần số tiền ban đầu

A. 9

B. 14

C. 13

D. 12

Lời giải

Gọi số tiền ban đầu là T . Sau n năm, số tiền thu được là $T_n = T(1 + 0,084)^n = T \cdot (1,084)^n$. Khi đó

$$T_n = 3T \Leftrightarrow T(1,084)^n = 3T \Leftrightarrow (1,084)^n = 3 \Leftrightarrow n = \log_{1,084} 3 \approx 13,62. \text{ Vì } n \in \mathbb{N} \text{ nên ta chọn } n = 14$$

Câu 42: [Vận dụng thấp] Tập giá trị của x thỏa mãn bất phương trình $\frac{2 \cdot 9^x - 3 \cdot 6^x}{6^x - 4^x} \leq 2$ ($x \in \mathbb{R}$) là $(-\infty; a] \cup (b; c]$. Khi đó $(a + b + c)!$ bằng:

A. 1

B. 0

C. 2

D. 6

Lời giải

$$\text{Bpt} \Leftrightarrow \frac{2 \cdot 9^x - 5 \cdot 6^x + 2 \cdot 4^x}{6^x - 4^x} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{(t-2)(2t-1)}{t-1} \leq 0, t = \left(\frac{3}{2}\right)^x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t \leq 2 \\ \frac{1}{2} \leq t < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{3}{2}\right)^x \leq 2 \\ \frac{1}{2} \leq \left(\frac{3}{2}\right)^x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \log_{\frac{3}{2}} 2 \\ -\log_{\frac{3}{2}} 2 \leq x < 0 \end{cases} \Rightarrow a = \log_{\frac{3}{2}} 2, b = -\log_{\frac{3}{2}} 2, c = 0$$

$$\text{Suy ra } a + b + c = 0 \Rightarrow (a + b + c)! = 0! = 1$$

Câu 43: [Vận dụng cao] Giá trị nhỏ nhất của $P = (\log_a b^2)^2 + 6 \left(\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} \right)^2 + \ln e$ với a, b là các số thực

thỏa mãn $\sqrt{b} > a > 1$ là:

A. 91

B. 43

C. 45

D. 61

Lời giải

Đặt $t = \log_a b > \log_a a^2 = 2$ và suy ra $b = a^t$ thay vào P và rút gọn

Ta có $P = 4t^2 + 6\left(\frac{t-1}{t-2}\right)^2 + 1$

Tìm được min P bằng 61 khi $t = 3$

NGUYÊN HÀM TÍCH PHÂN (7 CÂU TỈ LỆ 2-1-2-2)

Câu 44: [Nhận biết] Cho biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Tìm $I = \int [3f(x) + x] dx$.

A. $I = 3F(x) + \frac{x^2}{2} + C$.

B. $I = 3xF(x) + \frac{x^2}{2} + C$.

C. $I = \frac{1}{3}F(3x) + \frac{x^2}{2} + C$.

D. $I = \frac{1}{3}F(x) + \frac{x^2}{2} + C$.

Lời giải

$$I = \int [3f(x) + x] dx = 3 \int f(x) dx + \int x dx = 3F(x) + \frac{x^2}{2} + C$$

Câu 45: [Nhận biết] Cho $\int_a^c f(x) dx = 50$, $\int_b^c f(x) dx = 20$. Tính $\int_b^a f(x) dx$.

A. 70

B. 30

C. 0

D. -30

Lời giải

Áp dụng tính chất $\int_a^c f(x) dx = 50$, $\int_b^c f(x) dx = 20 \Rightarrow \int_b^c f(x) dx = 20$; $\int_c^a f(x) dx = -50$

$$\Rightarrow \int_b^c f(x) dx + \int_c^a f(x) dx = -30 = \int_b^a f(x) dx$$

Câu 46: [Thông hiểu] Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1; 3]$, $f(3) = 4$ và $\int_1^3 f'(x) dx = 7$. Khi đó $f(1)$ bằng

A. -3.

B. 11.

C. 3.

D. -11.

Lời giải

$$\int_1^3 f'(x) dx = 7 = f(3) - f(1) = 4 - f(1) \Rightarrow f(1) = 4 - 7 = -3$$

Câu 47: [Vận dụng thấp] Cho là hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Biết $\int_1^{e^3} \frac{f(\ln x)}{x} dx = 7$,

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x) \cdot \sin x dx = 3$. Tính $\int_1^3 (f(x) + 2x) dx$.

A. 15.

B. 12.

C. 10.

D. -10.

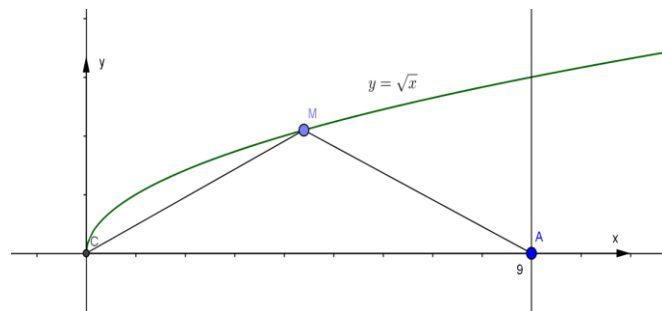
Lời giải

$$\int_1^{e^3} \frac{f(\ln x)}{x} dx = 7 \Rightarrow \int_1^{e^3} f(\ln x) d \ln x = 7 = \int_0^3 f(x) dx = 7$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x) \cdot \sin x dx = 3 \Rightarrow -\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x) d \cos x = 3 \Rightarrow \int_0^1 f(x) dx = 3$$

$$\int_1^3 (f(x) + 2x) dx = \int_1^3 f(x) dx + x^2 \Big|_1^3 = \int_0^3 f(x) dx - \int_0^1 f(x) dx + 8 = 7 - 3 + 8 = 12$$

Câu 48: [Vận dụng thấp] Cho đồ thị $(C): y = f(x) = \sqrt{x}$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi (C) , đường thẳng $x=9$, trục Ox . Cho M là điểm thuộc (C) , $A(9;0)$. Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay khi cho (H) quay quanh Ox , V_2 là thể tích khối tròn xoay khi cho tam giác AOM quay quanh Ox . Biết $V_1 = \frac{9}{4}V_2$. Tính diện tích S phần hình phẳng giới hạn bởi (C) , OM . (hình vẽ không thể hiện chính xác điểm M).



A. $S = \sqrt{6}$.

B. $S = \frac{27\sqrt{3}}{16}$.

C. $S = \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

D. $S = \frac{4\sqrt{5}}{3}$.

Lời giải

Ta có $V_1 = \pi \int_0^9 x dx = \frac{81}{2} \pi$

$V_2 = \frac{1}{3} \pi a \cdot 9 = 3\pi a$ (gọi $M(a; \sqrt{a})$)

Đề $V_1 = \frac{9}{4}V_2 \Leftrightarrow \frac{81}{2} = \frac{9}{4} \cdot 3a \Leftrightarrow a = 6$

Suy ra $S = \int_0^6 \sqrt{x} dx - \frac{1}{2} \cdot 6\sqrt{6} = \sqrt{6}$

Câu 49: [Vận dụng cao] Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} , có đạo hàm đến cấp hai trên \mathbb{R} và thỏa mãn $f^3(x) \cdot \left[4(f'(x))^2 + f(x) \cdot f''(x) \right] = e^x, \forall x \in \mathbb{R}$, biết $f(0) = 0$. Khi đó $\int_0^{5 \ln 2} f^5(x) dx$ bằng

A. $5 \left(31 - \frac{25 \ln^2 2}{2} - 5 \ln 2 \right)$

B. $\frac{1}{5} \left(31 - \frac{25 \ln^2 2}{2} - 5 \ln 2 \right)$

C. $5 \left(31 - \frac{355 \ln 2}{2} \right)$

D. $\frac{1}{5} \left(31 - \frac{355 \ln 2}{2} \right)$

Lời giải

Ta có $(f^4(x) \cdot f'(x))' = e^x \Rightarrow f^4(x) f'(x) = e^x + C$ mà $f(0) = 0 \Rightarrow C = -1$

Suy ra $f^4(x) \cdot f'(x) = e^x - 1 \Rightarrow \int f^4(x) \cdot f'(x) dx = e^x - x + D \Rightarrow f^5(x) = 5(e^x - x + D)$ mà

$f(0) = 0 \Rightarrow D = -1$ suy ra $f^5(x) = 5(e^x - x - 1)$

Suy ra $\int_0^{5\ln 2} f^5(x) dx = 5 \int_0^{5\ln 2} (e^x - x - 1) dx = 5 \left(e^x - \frac{x^2}{2} - x \right) \Big|_0^{5\ln 2} = 5 \left(31 - \frac{25\ln^2 2}{2} - 5\ln 2 \right)$

Câu 50: [Vận dụng cao] Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0;1]$, hàm số $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ và $f(1) - f(0) = 2$. Biết rằng $0 \leq f'(x) \leq 2\sqrt{2x}, \forall x \in [0;1]$. Khi đó, giá trị của tích phân $\int_0^1 (f'(x))^2 dx$ thuộc khoảng nào sau đây.

A. $\left(\frac{10}{3}; \frac{13}{3}\right)$

B. $(2;4)$

C. $\left(\frac{13}{3}; \frac{14}{3}\right)$

D. $(1;3)$

Lời giải

$0 \leq f'(x) \leq 2\sqrt{2x}, \forall x \in [0;1]$ suy ra $0 \leq (f'(x))^2 \leq 8x, \forall x \in [0;1] \Rightarrow 0 \leq \int_0^1 (f'(x))^2 dx \leq \int_0^1 8x dx = 4$ (1)

Ta có $[tf(x) + 1]^2 \geq 0 \Rightarrow t^2 \int_0^1 f^2(x) dx + 2t \int_0^1 f(x) dx + \int_0^1 dx \geq 0, \forall t$

Nên $\Delta' = \left(\int_0^1 f(x) dx \right)^2 - \int_0^1 f^2(x) dx \cdot \int_0^1 dx \leq 0$ suy ra $\left(\int_0^1 f(x) dx \right)^2 \leq \int_0^1 f^2(x) dx$

Áp dụng bất đẳng thức trên ta có

$$\left(\int_0^1 f'(x) dx \right)^2 \leq \int_0^1 (f'(x))^2 dx$$

Mà $\left(\int_0^1 f'(x) dx \right)^2 = \left(f(x) \Big|_0^1 \right)^2 = (f(1) - f(0))^2 = 4$ suy ra $\int_0^1 (f'(x))^2 dx \geq 4$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\int_0^1 (f'(x))^2 dx = 4$

.....**HẾT**.....

Giáo viên ra đề:

Đào Xuân Tiềm- Toán Chuyên Lào Cai

Nguyễn Quang Tân- Toán Chuyên Lào Cai